

# НАУКА И НООСФЕРНАЯ РЕАЛЬНОСТЬ

---

УДК 510.21 + 37.025

ББК 22.1 + 74.262.22

*С. Р. Козаловский*

## НООСФЕРНАЯ МАТЕМАТИКА: «МАТЕМАТИК ИГРАЮЩИЙ» В ПРЕОБРАЖАЮЩЕЙ РЕАЛЬНОСТИ



*В статье анализируется проблема модернизации математического образования как формирование преобразующей реальности и показывается, что история математики, имеющая мегаисторический возраст, позволяет осуществлять широкие репрезентации «реальности математики».*

**Ключевые слова:** реальность математики, принцип природосообразности, математическое моделирование, деятельностный подход, образование.

История математики, имеющая мегаисторический возраст, несет в себе богатую содержательную базу для исследований и в области культурологии, и в области логики и методологии науки, и в области психологии, и в области когнитивистики<sup>1</sup>. Ее естественно рассматривать и как широко, основательно, многосторонне поставленный Эксперимент в области педагогики математики, анализ результатов которого может помочь в формировании продуктивных средств модернизации математического образования, необходимость которой сегодня хорошо осознана.

Анализ во многих отношениях интересной и важной работы В. Я. Перминова «Реальность математики» [6] также позволяет получить

---

*Материал поступил в редакцию 31.05.2013; рекомендован к публикации 25.09.2013.*  
Рецензент от редакционной коллегии журнала — доктор философских наук, профессор Г. С. Смирнов.

<sup>1</sup>Примечание: особого исследования заслуживает сама логика исторического процесса развития математики. Естественно ожидать, что ближайшее будущее когнитивистики — это мегакогнитивистика, то есть исследования взаимодействий когнитивных процессов у представителей коллективов (в том числе многопоколенных коллективов), исследование их как целостных систем.

полезные результаты в некоторых из названных направлений. «Математика разделяется на два типа теорий, и вопрос о реальности решается по-разному для каждого из этих типов» — говорится в этой работе. К первому типу ее автор относит евклидианскую математику (ЕМ), ко второму — «абстрактные» математические теории, представляющие постевклидианскую математику. Но евклидианская математика тоже абстрактна. Однако, по убеждению В. Я. Перминова, постевклидианская математика удалена от реальности намного дальше, чем ЕМ. Безотносительно к тому, насколько верно последнее, такое разделение имеет значимое оправдание как отвечающее разным стадиям развития математики. ЕМ, являющаяся неотъемлемым компонентом культуры, укорененным и в обыденном ее слое, предстает ныне как априорная. Она является истоком «абстрактных» теорий, направленных, прежде всего, на исследование механизмов математической деятельности и их взаимодействий, на их развитие. Моделирование, используемое в ЕМ и приложениях математики, основывается преимущественно на отражающей абстракции в смысле Пиаже. В «абстрактных» же теориях, в процессах формирования фундаментальных математических понятий доминирует рефлексивная абстракция (в смысле Пиаже), ведущая к освоению их как носителей широкого комплекса познавательно-преобразующих функций<sup>2</sup>, как средств и как продуктов представляемых ими форм и способов мыследеятельности, как средств и как продуктов осознания «существа» этих способов.

«Абстрактные» теории математики квалифицируются В. Я. Перминовым как «чистые (формальные) схемы, имеющие [разве лишь] определенный шанс получить эмпирическую интерпретацию... Попытки найти фундаментальную реальность, заключенную в понятиях класса, множества, функции и т. п., которые предпринимаются в современных работах по философии математики, представляются <...> бесперспективными, не имеющим оправдания в сути абстрактной математики... Но если мы говорим о

---

<sup>2</sup> *Примечание:* ведущими из них являются следующие функции: быть носителями методов решения широкого круга задач; быть средствами их обоснования; быть средствами системной организации знаний; быть носителями надпредметных знаний; быть носителями продуктивных взаимодействий предметных и надпредметных знаний, а значит, быть и стратегическими и тактическими орудиями математической деятельности, несущими в себе потенцию «само»-развития; быть средствами развития дальновидения и дальнодействия мышления; быть средствами развития способностей к получению новых знаний, быть средствами общего интеллектуального развития, открывающего возможность освоения общих форм и способов деятельности.

первичной (евклидианской) математике, то ее отношение к реальности совершенно иное. Интуиции евклидианской математики укоренены в структурах человеческой деятельности и представляют собой фундаментальную онтологию мира. Они априорны <...> и реальны в своей основе. Причем реальность должна пониматься здесь не как возможность эмпирической интерпретации, <...> а как укорененность исходных интуиций <...> в фундаментальных структурах бытия..., выявляемых деятельностью». Понимание реальности «абстрактной» математики автором цитируемой работы «является отрицательным в том смысле, что мы приписываем абстрактной математике только возможную эмпирическую значимость и отрицаем ее метафизическую значимость. Она понимается только как система фикций, полезная для систематизации некоторого опыта»<sup>3</sup>. Всякий вариант представления «абстрактной» математики содержит «систему фикций, полезную для систематизации некоторого опыта», в том числе систему «фикций», необходимую для работоспособного представления ее результатов. Но понимание ее как только системы фикций равносильно отождествлению человека с надетым на него костюмом.

Априорны ли интуиции евклидианской математики и выявляемы деятельностью или они формируются деятельностью и развиваются вместе с развитием деятельности?

Еще в 60-е годы прошлого века Ж. Пиаже писал: «Пятьдесят лет экспериментальных исследований убедили нас, что знания не являются результатом простой регистрации наблюдений. Процесс познания невозможен без структуризации, осуществляемой благодаря активности субъекта. Не существует <...> априорных или врожденных когнитивных структур: наследственным является лишь функционирование интеллекта, которое порождает структуры только через организацию последовательных действий, осуществляемых над объектами. Отсюда следует, что эпистемология..., в соответствии с данными психогенеза, не может быть ни эмпирической, ни "преформистской", а может лишь основываться на "конструктивизме", то есть на длительной выработке новых операций и структур» [см.: 7]. Это ли не

<sup>3</sup> *Примечание:* эта позиция представляет прекрасный аргумент в пользу еще большей радикализации осуществляемой реформы общего и высшего образования (даже несмотря на то, что творцы этой реформы, похоже, мало интересуются метафизикой), тем более что такая радикализация позволила бы существенно больше сократить расходы на образование.

обоснование того, что интуиции евклидианской математики формируются деятельностью и развиваются вместе с развитием деятельности!

Как известно, на базе разных культурных практик возникают разные системы мышления. Так, «представители Восточной Азии обладают мышлением *холистического* характера, они принимают во внимание целостное поле и приписывают именно ему причины событий, сравнительно мало используют категории и формальную логику и полагаются на "диалектическое" мышление. Западные люди более *аналитичны*, сосредоточены по преимуществу на конкретном объекте и на категориях, к которым его можно отнести. Чтобы понять поведение объекта, они опираются на правила, включая правила формальной логики. Описываемые типы когнитивных процессов являются частью более широкой наивной метафизики и имплицитной эпистемологии, характерных для представителей указанных культур... Факты заставляют усомниться в укоренившихся представлениях о базовых (и универсальных) когнитивных процессах и даже об уместности разведения когнитивного процесса и когнитивного содержания» [см.: 5]. Это ли не обоснование того, что интуиции евклидианской математики формируются деятельностью и развиваются вместе с развитием деятельности!

При всем большем правдоподобии предположения, что не существует врожденных когнитивных структур, что врожденной является лишь потенция их формирования и далеко идущего развития, невозможно не признать, что результаты исследований Пиаже являются лишь доводами в пользу его позиции, что они не противоречат предположению, что интуиции евклидианской математики априорны и выявляемы деятельностью. Более того, они не противоречат предположению о врожденности когнитивных структур. Аналогичное можно сказать и об аргументах, представленных в работе Р. Нисбетта и коллег [5]. Пока нет доказательных аргументов в пользу какого-либо из названных предположений. (Да и едва ли существуют такие аргументы не метафизического характера.) И потому деятельность, способствующую, по мнению сторонников первого предположения, выявлению интуиции евклидианской математики, сторонники второго могут квалифицировать как способствующую их формированию. Любое из этих предположений может служить *моделью* ситуации, выражаемой другим. Так что утверждение об априорности интуиций евклидианской математики не усиливает позицию, представленную

В. Я. Перминовым, и не ведет к усилению ее продуктивности (но и не умаляет эвристической ценности этой работы).

*«Важен не объект отражения, а способ восхождения к понятиям»* — пишет В. Я. Перминов [6]. (Лучше сказать, важен не только объект «отражения», но прежде всего способ восхождения к понятиям.) Насколько следует автор этому важному тезису?

Понятия множества, функции, предела функции, непрерывности и другие фундаментальные понятия постевклидианской математики являются моделями первомеханизмов математической деятельности, моделями *«исходных интуиций»*, укорененных *«в фундаментальных структурах бытия..., выявляемых деятельностью»* или укорененных в формируемых Практикой продуктивных способах и формах «отражения» *«фундаментальных структур бытия»*. И это дает основание утверждать реальность постевклидианской математики в смысле, близком тому, в каком автор обсуждаемой работы говорит о реальности ЕМ.

Сформированные в XX веке фундаментальные математические понятия являются моделями более глубинных и более развитых интуиций, укорененных в более развитых способах и формах «отражения» *«фундаментальных структур бытия»* и самих способов и форм «отражения».

В. Я. Перминов утверждает, что *«исходные математические понятия отражают вневременный аспект бытия, выявляемый практикой, значимый для практики и закрепленный в универсальной онтологии»*. Имеются в виду не просто вневременный, но внечеловеческий аспект бытия и соответствующая ему внечеловеческая, обесчеловеченная онтология. Не говорит ли бедность того фрагмента математики, который автор относит к единственно реальному, и обесчеловеченность той онтологии, к которой он апеллирует, о ложности его установки? И не проясняется ли рассматриваемая им проблема осознанием того, что фундаментальные математические понятия, относимые к «абстрактной» математике, являются «отражениями» не «внешнего мира», а (развивающихся) способов самого «отражения», что в этом — объяснение их универсальной приложимости и в этом же — объяснение математического «предвосхищения» (в отношении которого *«философия математики не выработала однозначного объяснения»*)? Не зиждется ли установка автора на отказе в онтологичности человеческой практике, а тем самым, в отказе в онтологичности стремлению к трансцендированию как родовому качеству

человека, проявляющемуся в преобразовании самой реальности, в преобразении самого человека, осуществляемого развитием способов мышления, развитием его дальновидения и дальнего действия и сопровождаемым его преобразованиями? Не зиждется ли она на игнорировании той существенной роли, той, во многих отношениях определяющей роли, которую сыграла и продолжает играть во всем этом математика? И не является ли это игнорирование и отказом от того, что *«практика является не только основой универсальных норм, но и основным индикатором реальности»*? Не является ли это *отказом в реальности тому, что, как пишет В. Я. Перминов «выделено деятельностью и возведено на уровень интерсубъективности»*? Естественно ли отказываться в реальности источнику преобразования реальности?

\*\*\*

Очевидный ответ на этот вопрос побуждает вопрос о реальности математики преобразовать в вопрос о характере этой реальности, о предполагаемом характере дальнейшего развития ее как Ноосферной Математики и о влиянии результатов ее развития на жизнедеятельность человечества. В конечном счете, последний вопрос — это вопрос о роли математики в развитии культуры, в развитии жизнедеятельности человечества, в изменении самой реальности.

Развитая математическая теория предстает для внешнего наблюдателя как «чистая (формальная) схема». Но эта «схема» — продукт длительного и драматичного становления, подобного «непрерывному превращению материально-поэтического субстрата, сохраняющего свое единство и стремящегося проникнуть внутрь себя самого» (О. Манделъштам). За нею скрываются сложный системный характер теории, механизмы ее формирования и развития, средства, несущие развитие механизмов ее гомеостатичности, средства, развивающие возможности ее продуктивного функционирования в роли компонента математики как ее надсистемы. Развитие математической теории как носителя тех или иных «средств производства» поисково-исследовательской (и управленческой) деятельности состоит не только в наращивании ее предметного содержания, но и в формировании и развитии ее *внутренних* «средств производства». Этим обеспечивается нарастание потенции ее дальнейшего развития. Развитым математическим теориям присуща

значительность места и роли таких средств (являющаяся другой стороной направленности на работу рефлекслирующей абстракции), существенно отличающая их от евклидианской математики.

Решая свои внутренние задачи и тем как бы уходя от своих истоков, от содержательного плана, от первоначальных целей, математическая теория *посредством этого* восходит к своим глубинным корням, преобразует их в свои внутренние «средства производства», превращающиеся в способ продуктивного моделирования как средство исследования, как средство преобразования самой поисково-исследовательской деятельности, как средство развития ее методологии и, посредством всего этого, развития прикладных возможностей. Такие процессы осуществляются обычно в форме надпредметной деятельности, а внутренние «средства производства», являющиеся их продуктами, предстают в форме «абстрактных» теорий.

В исторических процессах развития математических теорий, в процессе развития математики как целого, в самой внутренней логике этих процессов проявляются природосообразные пути освоения их продуктов, пути формирования необходимых для этого когнитивных механизмов. Этой логике должна следовать система обучения математике<sup>4</sup>.

Аксиоматический метод представляет первые образцы системного подхода в математических исследованиях. Понятие математической структуры, все шире используемое и в гуманитарных исследованиях, и использующая его общая теория систем свидетельствуют о том, что сам системный подход является сегодня предметом математических исследований. Ценность математического образования (такого, каким оно должно стать) и в том, что оно может и должно способствовать приобщению учащихся к системному подходу, а посредством этого, приобщению их к «общим формам и способам деятельности» [см.: 1].

Развиваемый в последние десятилетия синергетический подход открывает возможность исследования развивающихся систем, претерпевающих преобразования их структуры и характера функционирования. Он несет переход системных исследований «от существования к становлению, сосуществованию в сложных эволюционирующих структурах старого и нового; от представлений о стабильности и устойчивом развитии к представлениям о нестабильности и

---

<sup>4</sup> *Примечание:* но это не значит, что обучение должно следовать самому историческому процессу, хотя бы даже в грубо схематической форме [см.: 4].

метастабильности, оберегаемом и самоподдерживаемом развитии» [см.: 2 и 3]. Отметим, что на языке синергетического подхода проясняется и хорошо описывается внутренняя логика процессов развития математических теорий, венчаемых превращениями их в «чистые (формальные) схемы», и что этот подход помогает раскрыть принципы природосообразного обучения математике.

Обычно, говоря о связях математики с реальностью, указывают на ее широкие прикладные достижения в форме эффективно работающих моделей тех или иных систем. Но этот аргумент мало говорит об особенностях таких связей. Надпредметный (более того метапредметный) характер фундаментальных математических понятий говорит о том, что особенность математики — в формировании и развитии *общих способов* математического моделирования.

Моделирование в бытующем понимании направлено на получение новой информации о моделируемом объекте. Фундаментальные математические понятия, являющиеся моделями первоначальных математической деятельности, моделями соответствующих им прото-понятий, моделями, в формировании которых участвуют механизмы феноменологической редукции в духе Гуссерля, играют существенно иную роль — роль средств преобразования поисково-исследовательской деятельности, несущего качественно новые ее возможности. Процессы их формирования являются образцами=моделями продуктивных стратегий поисково-исследовательской деятельности.

Феноменологическая редукция (взаимодействующая с рефлексирующей абстракцией) является средством формирования идеальных орудий математической деятельности. (Впрочем, ее настолько же естественно называть редукцией, насколько естественно так называть работу скульптора, «очищающего» глыбу мрамора от «посторонних» кусков.) Строгие понятия, участвуя в математической деятельности как ее орудия, «очищая» и преобразая ее, не сводят эту деятельность к работе «чистого сознания». Участие в этой работе, да и в самих процессах формирования строгих понятий, многих языков и многих логик, их синергия — это работа далеко не только «чистого сознания». Они несут новый материал, новые задачи для феноменологической редукции, подготавливающей прорывы на новые уровни математической деятельности. И эти прорывы открывают новые возможности для постижения и преобразований реальности.



Давно ставшие классическими пост-евклидианские достижения математики, их интуиции, не «сводимые» к интуициям ЕМ, укоренились в структурах деятельности, в Практике и преобразили науку, преобразили мировоззренческие представления, преобразили человеческую жизнедеятельность, преобразили саму ЕМ. То же происходит и с современными достижениями математики. И низведение понимания реальности математики до понимания ее как реальности единственно ЕМ — это такое же впадение в редукционизм, как утверждение о реальности мышечного чувства, послужившего, по И. М. Сеченову, истоком зарождения мышления, и отказе в этом самому мышлению.

### Библиографический список

1. *Боровских А. В., Розов Н. Х.* Деятельностные принципы в педагогике. М.: МАКС пресс, 2010. 90 с.
2. *Князева Е. Н.* Синергетический вызов культуре. Available from URL: <http://spkurdyumov.narod.ru/SINVIZKUL.htm> (доступ на 10.12.2013).
3. *Князева Е. Н. и Курдюмов С. П.* Законы эволюции и самоорганизации сложных систем. М.: «Наука», 1994. 236 с.
4. *Когаловский С. Р.* Школа нового поколения и принцип природосообразности // Школьные технологии. 2013. № 5. С. 65—74.
5. *Нисбетт Р., Пенг К, Чой И., Норензаян А.* Культура и системы мышления: сравнение холистического и аналитического познания // Психологический журнал. 2011. № 1. Т. 32. С. 55—86.
6. *Перминов В. Я.* Реальность математики // Вопросы философии. 2012. № 2. С. 24—39.
7. *Пиаже Ж.* Психогенез знаний и его эпистемологическое значение // Семиотика. М.: Радуга, 1983. С. 90—101.
8. *Смирнов Г. С.* Ноосферное сознание и ноосферная реальность: Философские проблемы ноосферного универсума. Иваново: Изд-во Иван. гос. ун-та, 1998. 244 с.
9. *Смирнов Г. С.* Ноосферная картина мира и современное образование // Вестник Российской академии естественных наук. 2003 №1. С. 57—84.